DE ACORDO COM A BNCC
MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

MATEMÁTICA
uma Ciência para a Vida

1

2ª edição

ANTONIO CARLOS ROSSO Jr.
PATRÍCIA FURTADO

Formulateca

editora HARBRA

MATEMÁTICA
uma Ciência para a Vida
1
2ª edição

CONJUNTOS

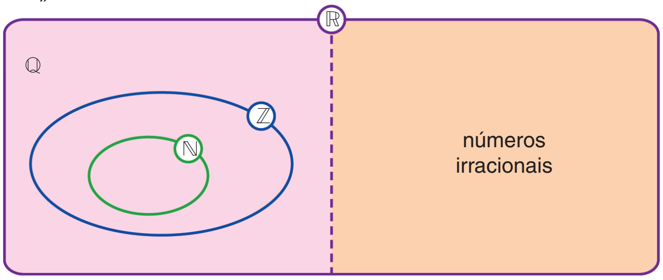
- B é subconjunto de $A \Leftrightarrow B \subset A$
- $A = B \Leftrightarrow A \subset B$ **e** $B \subset A$

Operações com conjuntos

- ❑ $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ \textbf{e} } x \in B \}$
- ❑ $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ \textbf{ou} } x \in B \}$
- ❑ $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ \textbf{e} } x \notin B \}$
- ❑ $C_U^B = U - B = \{ x \mid x \in U \text{ \textbf{e} } x \notin B \}$

- $A \times B = \{ (x, y) \mid x \in A \text{ \textbf{e} } y \in B \}$
- $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

Conjuntos numéricos



FUNÇÕES

A relação f é uma função de A em B (conjuntos não vazios) se cada elemento de A está associado a um único elemento de B.

- $D(f) = A$ é o domínio da função f.
- $CD(f) = B$ é o contradomínio de f.
- $Im(f) = \{ y \in B \mid y = f(x) \}$ é o conjunto imagem da função f; $Im(f) \subset CD(f)$.

Propriedades gerais de funções

Para quaisquer valores de x_1 e x_2, pertencentes ao domínio, uma função f é:

- ❑ crescente se: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- ❑ decrescente se: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
- ❑ injetora se: $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$
- ❑ sobrejetora se: $CD(f) = Im(f)$
- ❑ bijetora se, e somente se, é injetora e sobrejetora.

Sendo f definida em um domínio simétrico, temos que:

- f é ímpar, se $f(-x) = -f(x), \forall x \in D(f)$
- f é par, se $f(-x) = f(x), \forall x \in D(f)$

Função composta

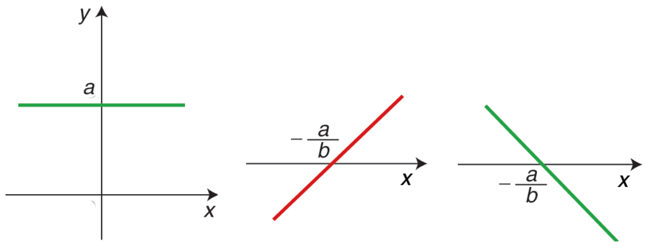
A função composta de g com f é a função dada por:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Função afim (função polinomial do 1.º grau)

$$f(x) = ax + b, \text{ com } a \text{ e } b \text{ reais}$$

Gráficos:

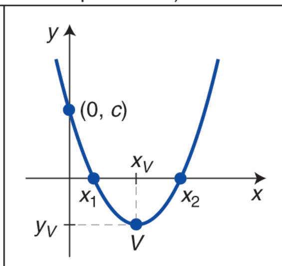
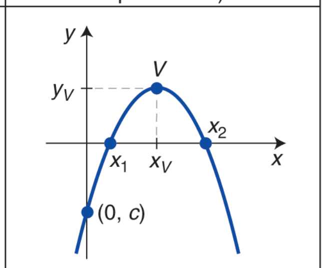
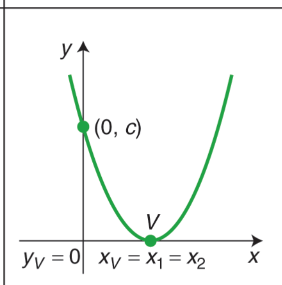
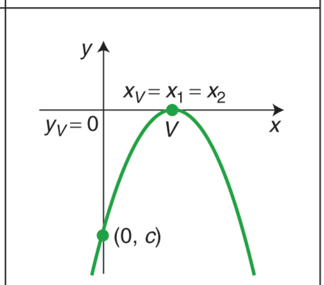
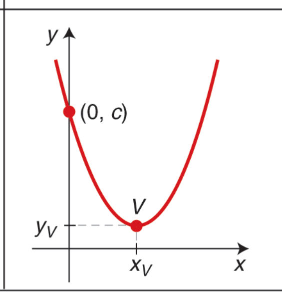
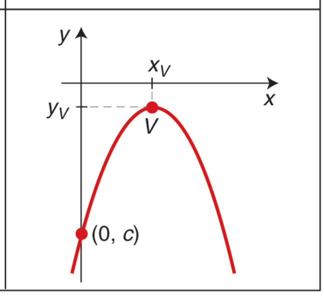


constante, se $a = 0$ | crescente, se $a > 0$ | descrescente, se $a < 0$

Função quadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ com } a, b \text{ e } c \text{ reais e } a \neq 0$$

- Coordenadas do vértice da parábola: $V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$

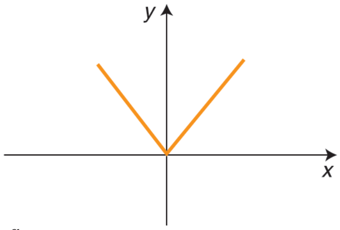
	para $a > 0$ (concavidade voltada para cima)	para $a < 0$ (concavidade voltada para baixo)
para $\Delta > 0$ (dois zeros)		
para $\Delta = 0$ (um zero)		
para $\Delta < 0$ (não há zeros)		

MATEMÁTICA
uma Ciência para a Vida

1 — 2ª edição

Função modular

- $f(x) = |x| = \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$
- $|x| \geq 0$



Para $a > 0$, temos:

❑ $|x| = a \iff x = a$ ou $x = -a$

❑ $|x| \leq a \iff -a \leq x \leq a$

❑ $|x| \geq a \iff x \geq a$ ou $x \leq -a$

Função exponencial

- Propriedades da potenciação

  Sendo a e b reais positivos, m e n naturais, temos:

❑ $a^0 = 1$ ❑ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

❑ $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ ❑ $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

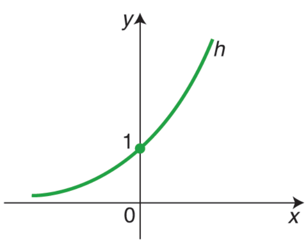
❑ $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$ ❑ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

❑ $a^{m-n} = \dfrac{a^m}{a^n}$ ❑ $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

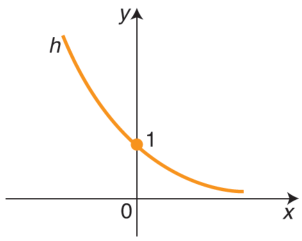
Uma função h de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$ é chamada de *função exponencial* quando é definida por:

$$h(x) = a^x, \text{ com } a > 0 \text{ e } a \neq 1$$

h é crescente, se $a > 1$



h é decrescente, se $0 < a < 1$



- $a^x = a^m \iff x = m$
- $a^x > a^m \iff x < m$, para $0 < a < 1$
- $a^x > a^m \iff x > m$, para $a > 1$

Função logarítmica

- $\log_a b = x \iff a^x = b$

  (a e b reais, sendo $b > 0$; $a > 0$ e $a \neq 1$)

Consequências da definição:

❑ $\log_a 1 = 0$ ❑ $\log_a a^k = k$

❑ $\log_a a = 1$ ❑ $a^{\log_a b} = b$

Propriedades operatórias dos logaritmos

❑ $\log_a m \cdot n = \log_a m + \log_a n$

❑ $\log_a \dfrac{m}{n} = \log_a m - \log_a n$

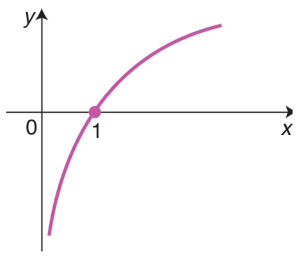
❑ $\log_a m^k = k \cdot \log_a m$

❑ $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ (mudança de base)

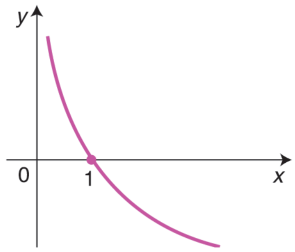
Uma função h de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ é chamada de *função logarítmica* quando é definida por:

$$h(x) = \log_a x, \text{ com } a > 0 \text{ e } a \neq 1$$

h é crescente, se $a > 1$



h é decrescente, se $0 < a < 1$



❑ $\log_a x = \log_a m \iff x = m$

❑ $\log_a x > \log_a m \iff x < m$, para $0 < a < 1$

❑ $\log_a x > \log_a m \iff x > m$, para $a > 1$

PROGRESSÕES

Progressão Aritmética	Progressão Geométrica
$a_n = a_1 + (n-1)r$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
a, b, c em PA: $2b = a + c$	a, b, c em PG: $b^2 = a \cdot c$
$S_n = \dfrac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$	$S_n = a_1 \cdot \dfrac{1-q^n}{1-q}$, $q \neq 1$
	$S = \dfrac{a_1}{1-q}$, $0 < \lvert q \rvert < 1$

MATEMÁTICA FINANCEIRA

- Razão é o quociente entre dois números ou duas grandezas.
- Proporção é uma igualdade entre duas razões.
- A taxa porcentual é uma razão centesimal (com denominador 100).
- lucro = receita total – custo total

  Se custo > receita, dizemos que há prejuízo.

Juro simples

❑ $J = C \cdot i \cdot t$

❑ $M = C + J$

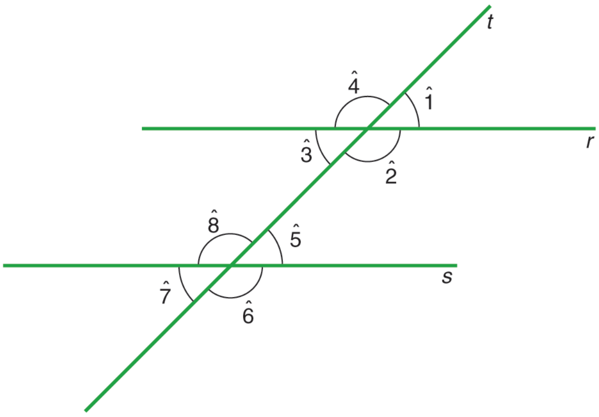
Juro composto

- ❑ $M = C \cdot (1 + i)^t$
- ❑ $J = M - C$

- $VF = VP \cdot (1 + i)^t$
- taxas prporcionais: $i_2 \cdot t_2 = i_1 \cdot t_1$
- taxas equivalentes: $(1 + i^2)^{t_2} = (1 + i^1)^{t_1}$

TÓPICOS DE GEOMETRIA PLANA

Ângulos formados por duas retas paralelas e uma tranversal



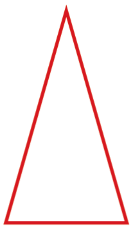
São congruentes (têm mesma medida) os pares de ângulos:

- ❑ correspondentes ($\hat{6}$ e $\hat{2}$, por exemplo)
- ❑ alternos internos ($\hat{5}$ e $\hat{3}$, por exemplo)
  externos ($\hat{7}$ e $\hat{1}$, por exemplo)
- ❑ colaterais internos ($\hat{5}$ e $\hat{2}$, por exemplo)
  externos ($\hat{7}$ e $\hat{4}$, por exemplo)
- ❑ opostos pelo vértice ($\hat{6}$ e $\hat{8}$, por exemplo)

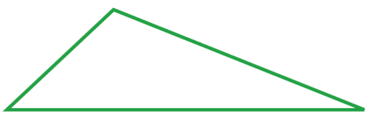
- São *complementares* os ângulos cuja soma das medidas é 90°.
- São *suplementares* os ângulos cuja soma das medidas é 180°. ($\hat{5}$ e $\hat{2}$, por exemplo)

Triângulos: polígonos de 3 lados

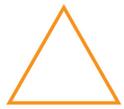
- Quanto às medidas dos lados, temos:



triângulo
isósceles

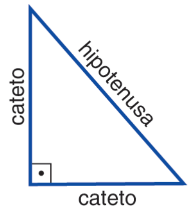


triângulo
escaleno



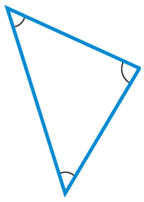
triângulo
equilatero

- Quanto às medidas dos ângulos internos, temos:

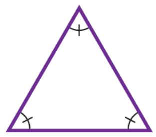


triângulo
retângulo

triângulo
obtusângulo



triângulo
acutângulo
não equiângulos



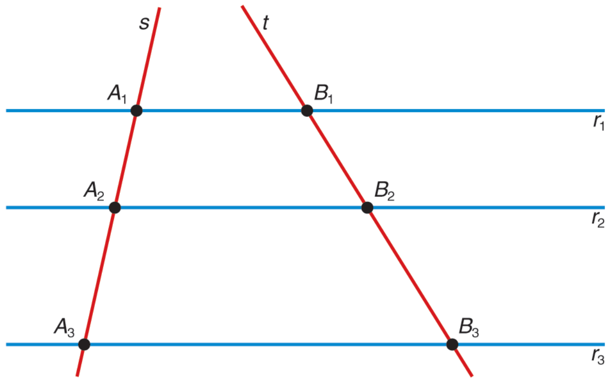
triângulo
acutângulo
e equiângulos

- A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Casos de congruência de triângulos

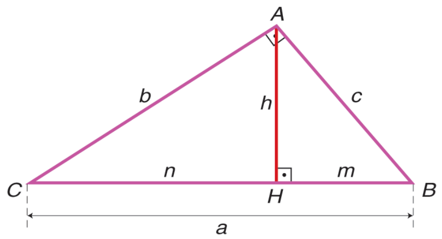
- ❑ LAL ❑ LLL
- ❑ ALA ❑ LAA_o

Teorema de Tales



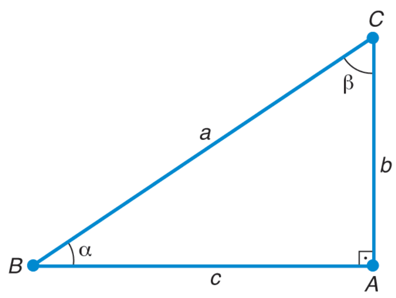
$$\frac{A_1A_2}{B_1B_2} = \frac{A_2A_3}{B_2B_3} \text{ (por exemplo)}$$

Relações métricas



- $a^2 = b^2 + c^2$ (teorema de Pitágoras)
- $b^2 = n \cdot a$ e $c^2 = m \cdot a$
- $h^2 = m \cdot n$
- $b \cdot c = a \cdot h$

Razões trigonométricas



- $\text{sen}\ \alpha = \dfrac{b}{a}$
- $\cos \alpha = \dfrac{c}{a}$
- $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{\text{sen}\ \alpha}{\cos \alpha} = \dfrac{b}{c}$
- $\text{sen}^2\ \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ (relação fundamental)

Para $0° < \alpha < 90°$, temos:

- $\text{sen}\ \alpha = \cos\ (90° - \alpha)$
- $\cos \alpha = \text{sen}\ (90° - \alpha)$
- $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{1}{\text{tg}\ (90° - \alpha)}$

Ângulos notáveis

	30°	**45°**	**60°**
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$